Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Дисциплина: Линейная Алгебра

# Отчёт

**По расчётно-графической работе №2**

**«Линейное пространство и СЛАУ»**

**Вариант: 5**

Выполнили студенты 1 курса:

Садовой Григорий P3107

Русских Егор P3117

Докшина Алёна P3121

Исмоилов Шахзод P3113

Преподаватель:

Правдин Константин Владимирович

Ментор:

Савченко Татьяна Владимировна

« 21 » ноября 2022 г.

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

г. Санкт-Петербург, 2022

**Задание 1. СЛАУ и определители**

**1.1)**

По теореме Кронекера-Копелли:

СЛАУ совместна тогда и только тогда, когда ранг расширенной матрицы равен рангу основной.

Рассмотрим ранг основной и расширенной матрицы.

Рассчитывая ранг основной матрицы в конце концов мы получим:

Ненулевых строк 3, значит ранг основной матрицы равен 3.

Рассчитывая ранг расширенной матрицы в конце концов мы получим:

Ненулевых строк 3, значит ранг основной матрицы равен 3.

CСистема совместна.

Так как ранг равен количеству неизвестных СЛАУ определенная.

Найдите определитель основной матрицы методом разложения по 3-й строке и затем

по 2-му столбцу.

По 3 строке:

По 2 столбцу:

Решим СЛАУ Методом Крамера:

Определитель A мы уже считали, он равен 60.

Проверим:

Верно

Верно

Верно

Ответ:

**1.2)**

По теореме Кронекера-Копелли:

СЛАУ совместна тогда и только тогда, когда ранг расширенной матрицы равен рангу основной.

Рассмотрим ранг основной и расширенной матрицы.

Рассчитывая ранг основной матрицы в конце концов мы получим:

Ненулевых строк 2, значит ранг основной матрицы равен 2.

Рассчитывая ранг расширенной матрицы в конце концов мы получим:

Ненулевых строк 2, значит ранг основной матрицы равен 2.

CСистема совместна.

Так как ранг не равен количеству неизвестных СЛАУ неопределенная.

Найдем ФСР этой СЛАУ:

Переменная z независимая.

Пусть z = 1:

В таком случае ФСР задается одним вектором

На графике подпространство, которое задается базисным вектором (из ФСР) задаётся таким образом:

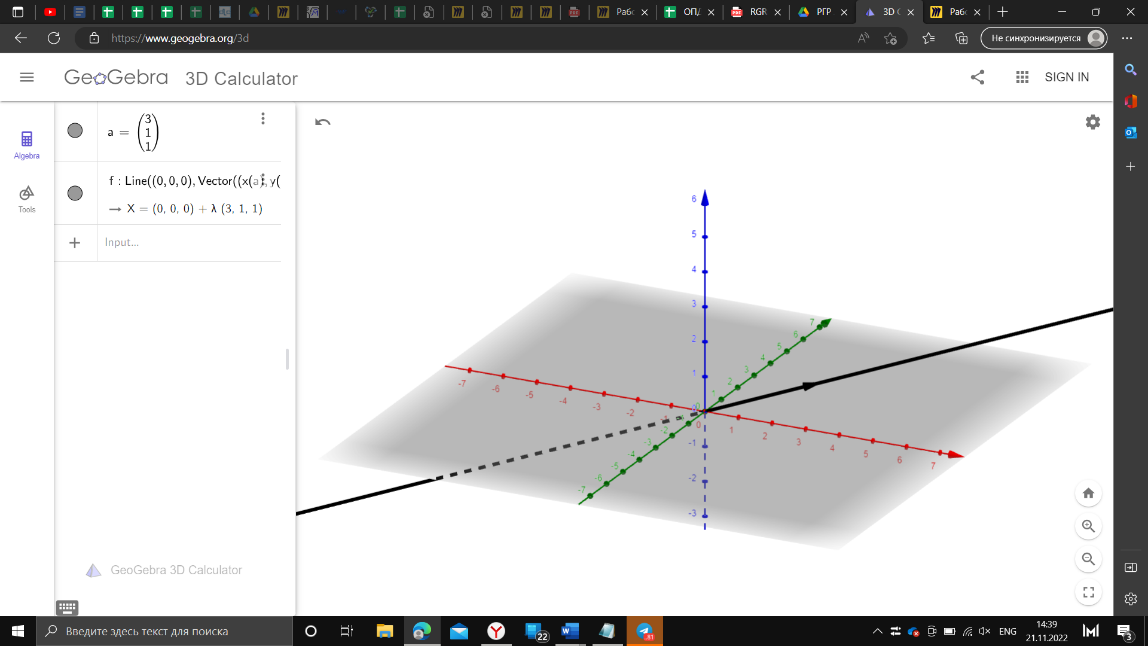


Рисунок 1

Определим множество всех решений для нашей НСЛАУ.

Найдем частный случай для НСЛАУ:

Вектор частного решения следующий:

Множество всех решений для нашей НСЛАУ:

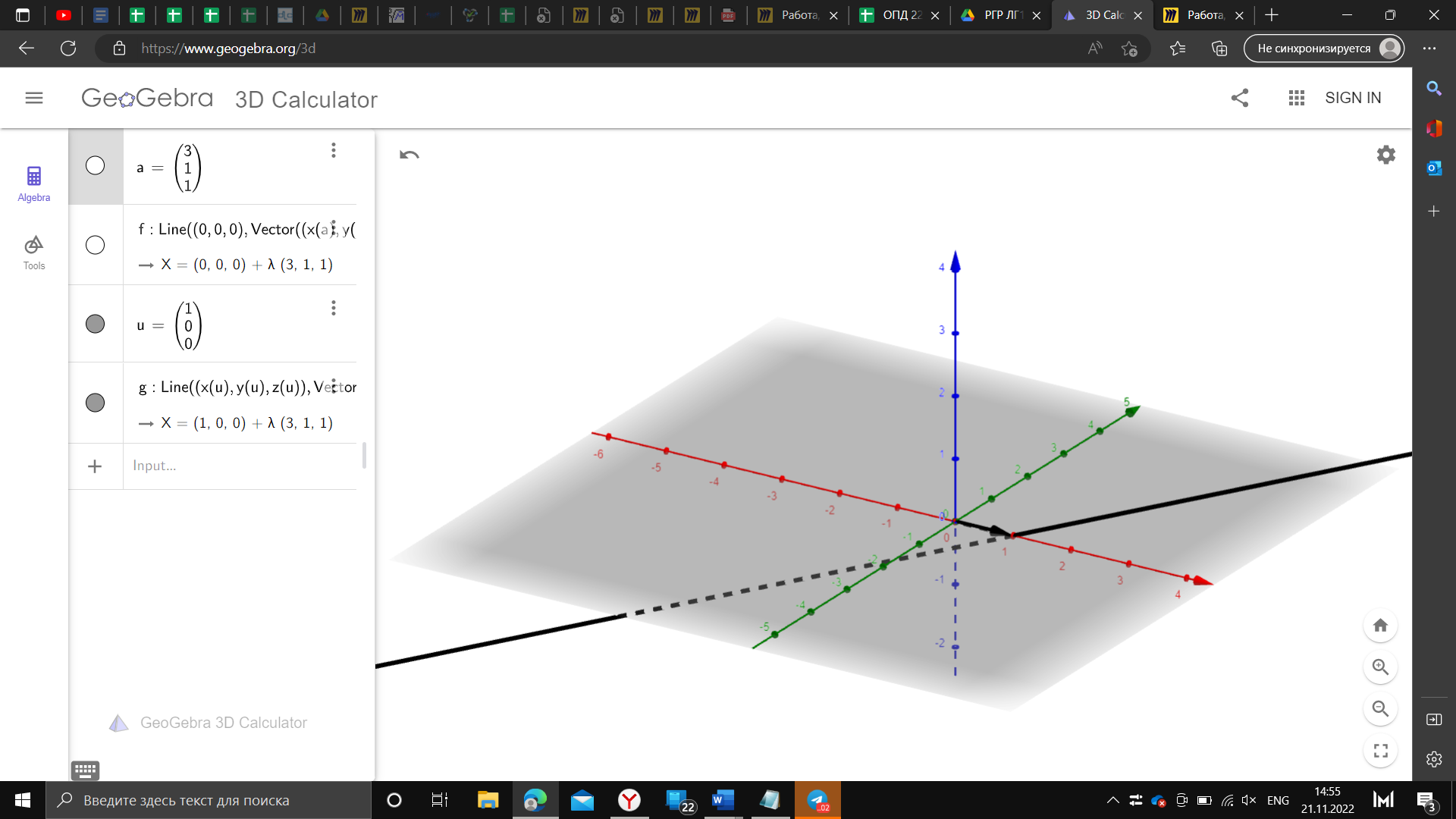


Рисунок 2

**Задание 2. Координаты вектора в базисе**

A.

Докажите, что система A является базисом в соответствующем линейном пространстве L. Найдите в этом базисе координаты элемента x.

а) L – пространство матриц второго порядка:

A={} и x

Решение:

Т.к. матрицы системы принадлежат пространству матриц второго порядка, поэтому для доказательства того, что эти матрицы образуют базис проверим, что они линейно независимы.

Составим линейную комбинацию

Эта матрица эквивалентна следующей системе линейных однородных уравнений

Составим матрицу, для проверки, образует ли система базис:

Следовательно, исходная система образует базис пространства L

Координатами вектора x является 4 числа (, , , ), удовлетворяющие уравнению

Это уравнение эквивалентно следующей системе линейных уравнений:

Решим эту систему методом Гаусса.

~

Проверка

Ответ:

Б.

L – протсранство многочленов, степени не больше 4

А = {e1, e2, e3, e4, e5}

Система А является базисом <=> x1e1+x2e2+x3e3+x4e4+x5e5 =0 тогда и только тогда, когда x1=x2=x3=x4=x5=0

x1(1) + x2(1+t) + x3(t + t2) + x4(t2+t3) + x5(t3 + t4) =

= x1 + x2 + t\*x2 + t\*x3 +t2x3 + t2x4 + t3 x4 +t3 x5 + t4x5 =

=(x1+x2)+ t(x2+x3)+t2(x3+x4)+t3 (x4+x5)+t4x5=0

a+bt+ct2+dt3+kt4 =0 для t <=> a=b=c=d=k=0

запишем это условие в виде системы

– Решим методом гаусса

Базис образуется

Разложим по базису x= t4 – t3 +t2-t+1 = 1+(-1)\*t+1\*t2+(-1)t3+1\*t4

Запишем в виде системы и решим методом Гаусса

Проверка:

5+(-4) =1

(-4) +3=-1

3+(-2) =1

(-2) +1=-1

1=1

Ответ:

X=5e1-4x2+3x3-2x4+x5

**Задание 3. Линейная оболочка и СЛАУ**

Найдите систему линейных уравнений, подпространство решений которой совпадает с линейной оболочкой системы векторов A.

|  |
| --- |
| Линейной оболочкой векторов A будет набор векторов вида , |

ℓ = 𝛼 + 𝛽+ 𝛾

если ℓ является множеством всех линейных комбинаций векторов из системы A .

Подпространством L’ линейного пространства L мы будем называть его подмножество, такое что линейные операции не выводят за границы множества.

Рассмотрим систему из 3 линейных уравнений с 4 неизвестными

Базисом подпространства решений будет ФСР .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. Поменяем строки местами

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Вычтем из 2 строки 1 строку (6 раз)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |

1. вычтем из 3 строки 1 строку

(4 раза)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

1. Вычтем из друг друга 2 и 3 строки и отбросим нулевую строку.

|  |
| --- |
|  |
|  |

После разделим 2 строку на 8

|  |
| --- |
|  |

2 строку складываем с 1 два раза

|  |
| --- |
|  |

Rang= 4 – 2 = 2

Фиксируем значения

При

= 1

= 0

При

= 0

= 1

Вектора из А дают в скалярном произведении с векторами ( ) 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Соответственно придавая определенные значения и подставляя их можно будет находить частные решения СЛАУ, поэтому нам подходит подпространство, где все вектора в произведении дают 0, следовательно системой линейных уравнений подпространство решений которых совпадает с линейной оболочкой системы векторов A/

**Задание 4. Координаты при смене базисе**

В линейном пространстве со стандартным базисом E = (𝑒1, 𝑒2, 𝑒3), где заданы системы векторов A = (𝑎1, 𝑎2, 𝑎3) и B = (𝑏1, 𝑏2, 𝑏3).

𝑒1 = 𝑒2 = 𝑒3 =

𝑎1 = 𝑎2 = 𝑎3 =

b1 = b2 = b3 =

𝑥Β =

Покажем, что каждая система образует базис.

Система образует базис, если определитель этой системы не равен 0. Составим матрицы для каждой системы:

A = det A = 1.00009

B = det B = -16.9782

Таким образом системы A и B образуют базис.

Проверим каждую систему на ортогональность и ортонормированность.

Системы ортогональна, если скалярное произведение каждых двух разных векторов этой системы равно 0.

(𝑎1, 𝑎2) = (0.3536) \* (-0.6124) + (-0.8624) \* (0.0795) + 0.3624 \* 0.7866 = -0.0000416

(𝑎1, 𝑎3) = (0.3536) \* (-0.7071) + (-0.8624) \* (-0.5) + 0.3624 \* (-0.5) = -0.0000305

(𝑎2, 𝑎3) = (-0.6124) \* (-0.7071) + (0.0795) \* (-0.5) + 0.7866 \* (-0.5) = -0.00002196

Округлив полученные значения, можно сделать вывод, что произведение каждых двух разных векторов этой системы равно 0, следовательно система A ортогональна, но она не является ортонормированной.

(𝑏1, 𝑏2) = 1.2501 \* (-3.4408) + (-0.7965) \* 0.3042 + 3.4355 \* (-1.4382) = -9.48457, следовательно система B не ортогональна, так как система B не ортогональна, она не может быть ортонормированной

Найдем матрицу перехода T из базиса A в базис B

Для этого составим уравнение: A \* T = B, T = 𝐴-1 \* B

𝐴-1 =

Найдем координаты вектора 𝑥Β в базисе А.

Для этого используем полученную в предыдущем задании матрицу перехода T, таким образом 𝑥Β = 𝑇 ∗ 𝑥Α .

𝑥Α = \* 𝑥Β

T -1 =

𝑥Α =

Векторы базиса A и вектор x:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, компьютер, внутренний

Автоматически созданное описание

Рисунок 3

**Оценочный лист**

Садовой Григорий P3107 – 100%

Русских Егор P3117 - 100%

Докшина Алёна P3121 - 100%

Исмоилов Шахзод P3113 - 100%